T.C.

YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

Yüksek Lisans Tezi

KISMİ TÜREVLİ DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN KUDRYASHOV YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ

Sahragül ÖZTÜRK

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Yusuf PANDIR

Yozgat 2019

T.C.

YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

Yüksek Lisans Tezi

KISMİ TÜREVLİ DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN KUDRYASHOV YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ

Sahragül ÖZTÜRK

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Yusuf PANDIR

Yozgat 2019

	YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ **TEZ ONAY FORMU**

T.C.
YOZGAT BOZOK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Enstitümüzün Matematik Anabilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı 70111315003 numaralı öğrencisi Sahragül ÖZTÜRK'ün hazırladığı "**Kısmi Türevli Diferansiyel Denklemlerin Kudryashov Yöntemiyle İncelenmesi** " başlıklı tezi ile ilgili tez savunma sınavı, Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri gereğince 12/09/2019 Perşembe günü saat 13:00'da yapılmış, tezin onayına oy birliği ile karar verilmiştir.

Başkan : Doç. Dr. Yusuf GÜREFE

Jüri Üyesi (Danışman) : Doç. Dr. Yusuf PANDIR

Jüri Üyesi : Dr. Öğr. Üyesi Yusuf Ali TANDOĞAN

ONAY:

Bu tezin kabulü, Enstitü Yönetim Kurulu'nun 28.../11.../19.. tarih ve .55. sayılı Enstitü Yönetim Kurulu Kararı ile onaylanmıştır.

28.../11../19

Prof. Dr. Mustafa SAÇMACI
Müdür

İÇİNDEKİLER

Sayfa

KISMİ TÜREVLİ DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN KUDRYASHOV YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ

Sahragül ÖZTÜRK

Yozgat Bozok Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

2019; Sayfa: 36

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Yusuf PANDIR

ÖZET

Bu tez çalışmasında, tam çözümlerinin bulunmasını sağlayan Kudryashov yöntemi incelenmiştir. Bu yöntem sayesinde lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemlerin tam çözümlerinin elde edilmesi mümkündür. İncelenen bu yöntemin daha da genelleştirilmiş hali olan genelleştirilmiş Kudryashov yöntemi ifade edilmiştir. Genelleştirilen bu yöntem; modifiye edilmiş KdV denklemi ve iki boyutlu KdV-Burger denklemlerine uygulanarak, bu denklemlerin yeni tam çözümleri elde edilmiştir. Elde edilen bu tam çözümlerin literatür incelendiğinde literatürde bulunmayan çözümler olduğunu söyleyebiliriz. İlaveten, elde edilen bu yeni tam çözümlerin iki ve üç boyutlu grafikleri çizilerek fiziksel davranışları gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kudryashov yöntemi, Genelleştirilmiş Kudryashov yöntemi, Lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemler, Modifiye edilmiş KdV denklemi, İki boyutlu KdV-Burger denklemi

INVESTIGATION OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH KUDRYASHOV METHOD

Sahragül ÖZTÜRK

Yozgat Bozok University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mathematics

Master of Science Thesis

2019; Page: 36

Thesis Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Yusuf PANDIR

ABSTRACT

In this thesis, Kudryashov method which provides the exact solutions is examined. With this method it is possible to obtain the exact solutions of the nonlinear partial differential equations. The generalized Kudryashov method, which is a more generalized version of this method, is expressed. This generalized method is applied to modified KdV equation and two dimensional KdV-Burger equations and the new exact solutions of these equations are obtained. We can say that these exact solutions are the solutions that are not found in the literature. In addition, the two and three dimensional graphs of these new exact solutions are drawn and their physical behavior is shown.

Keywords: Kudryashov method, Generalized Kudryashov method, Nonlinear partial differential equations, Modified KdV equation, Two dimensional KdV-Burger equation

TEŞEKKÜR

Öncelikle bu çalışmanın yürütülmesinde benden desteklerini ve yardımlarını esirgemeyen danışanım Doç. Dr. Yusuf Pandır'a, koşulsuz şartsız her zaman yanımda ve hayatımın en büyük destekçisi olan anneme, hiç anlamadan çok büyük desteği olan kardeşim Yusuf'a ümitsizliğe düştüğüm anda her türlü kahrımı çekip beni cesaretlendiren eşim Abdullah'a ve bu süreçte büyük küçük yardımı olan herkese teşekkür ederim.

ŞEKİLLER LİSTESİ

1. GİRİŞ

İçinde bulunduğumuz tüm evren ve bununla beraber yaşadığımız dünya belli sistematik olaylar üzerine kurulmuş bir makine gibidir. Her bir olay ve sistem kendi yasalarıyla düzen içinde çalışmaktadır. Bu yasaları anlamak için uzun zamanlardan beri çalışmalar yapılmış ve bu çalışmalar geliştirilmiştir. Bu çalışmalar sonucu ortaya çıkan yöntem ve çözümler matematik yardımıyla ifade edilmeye çalışılarak anlamlı bir hale gelmesi için uğraşılmıştır. Yapılan çalışmalar beraberinde yeni problemlere yol açmış, oluşan bu problemlerin çözülmeye çalışılması da yine bu düzeni anlamamıza yardımcı olmuştur.

Birçok alanda ortaya çıkan bu problemler matematik diliyle modellenip çözülmeye çalışılmıştır. İşte bu modellemeyle diğer bir değişle diferansiyel denklemler kullanılarak birçok sorunun çözümü anlaşılmaya çalışılır. Bu nedenle diferansiyel denklemlerin çözümlerinin bulunması ve bu çözümlerin yorumlanması büyük önem taşır. Daha önemlisi kısmi türevli diferansiyel denklemler birçok problemin çözülmesine ışık tutacağından bu denklemler üzerine yapılan çalışmalar daha da yoğunlaşmıştır. Yapılan bu yoğun çalışmaların sonucunda kısmi türevli diferansiyel denklemlerin çözülebilmesi için birçok yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemler sonucunda elde edilen çözümler sayesinde birçok fiziksel olayın karşılığı olan denklemlerin anlaşılıp yorumlanmasında katkı sağlanmıştır.

İşte birçok alanda karşımıza çıkan ve çözümlenmesi oldukça önemli olan zamana göre türevi içeren lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin integre edilebilmeleri ve sonunda çözülebilmeleri bu anlamda önemlidir. Bu yüzdendir ki son zamanlarda kısmi türevli diferansiyel denklemlerin çözülebilmeleri için daha fazla çalışmalar yapılmıştır. Belli bir çözümü olmayan bu denklemlerin anlaşılabilir hale gelmesi için dalga olaylarından yararlanılır. Bu lineer olmayan doğa olayları, akışkanlar mekaniği, biyoloji, plazma fiziği, optik fiberler, kimyasal kinematik, katı hal fiziği, jeokimya, kimyasal fizik ve mühendislik alanlarında görülmektedir. Bir tekli(solitary) dalga, referans karede dalganın grup hızı ile birlikte hareket ettiğinde, herhangi bir zamansal evrime yol açmadan yayılan bir dalgadır. Bir soliton, başka bir soliton ile etkileşime girdikten sonra bile, dalganın kalıcı yapısını muhafaza etme özelliği ile ek bir lineer olmayan tek dalgadır. Dalgaların uygulama alanı oldukça fazla olduğundan, bunların anlaşılması için lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin tam çözümlerinin bulunmasını olanak sağlayan bir dizi etkin ve güçlü yöntemler farklı bilim insanları tarafından literatüre kazandırılmıştır. Önerilen yeni yöntemler sayesinde yeni çözüm fonksiyonlarının belirlemesi ile birden çok fiziksel olayın anlaşılması daha da kolay hale gelmektedir. Bu nedenle bir kısmi türevli diferansiyel denklemin çözülebilmesi için dalga modelinden yararlanmak oldukça fayda ve kolaylık sağlar. Bundan dolayı birçok yaklaşım yöntemi öne sürülmüş ve geliştirilmiştir.

Literatürde mevcut olan tam çözüm yöntemlerine örnek olarak; üstel fonksiyon yöntemi [1, 2], tanh fonksiyon yöntemi [3, 4], Hirota'nın bilinear dönüşüm yöntemi [5, 6], (G'/G)- açılım yöntemi [7, 8], deneme denklem yöntemi [9-12], çoklu üstel fonksiyon yöntemi [13, 14], geliştirilmiş (G'/G)-açılım yöntemi [15, 16], genişletilmiş deneme denklem yöntemi [17-19], çoklu genişletilmiş deneme denklem yöntemi [20], ilk integral yöntemi [21], Weierstrass eliptik fonksiyon açılım yöntemi [22], Jakobi eliptik fonksiyon yöntemi [23, 24], Kudryashov yöntemi [25-27], modifiye edilmiş Kudryashov yöntemi [28, 29] ve F-açılım yöntemi [30, 31] verilebilir.

Nikolay A. Kudryashov [25] lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin tam çözümlerinin elde etmek için etkin bir yöntem önerdi. Burada temel amacı, çözümü bilinen bir adi diferansiyel denklemin çözüm fonksiyonlarından yararlanarak polinom fonksiyonlar cinsine çözümler bulmaktı. Daha sonra önerilen bu etkin yöntemin geliştirilmesiyle farklı versiyonları birçok araştırmacı tarafından literatüre kazandırıldı. Son zamanlarda Pandır ve ark. [32-35] tarafından Nikolay A. Kudryashov tarafından önerilen yöntem daha da geliştirilerek genelleştirilmiş Kudryashov yöntemi olarak literatüre kazandırılmıştır. Böylece Pandır ve ark. Kudryashov yönteminden elde edilen sonuçlardan daha farklı ve yeni tam çözümleri elde ettiler.

Bu tez çalışmasında, Kudryashov yöntemlerinin incelenmesi yapılarak, Kudryashov yönteminin daha genel bir hali verilmiştir. İlk önce Nikolay A. Kudryashov' un önerdiğini Kudryashov yöntemi verilmiş daha sonra ise bu önerilen yönteminin genel bir hali olan genelleştirilmiş Kudryashov yöntemi olarak adlandırılan yöntem ifade edilmiştir. Geliştirilen bu genelleştirilmiş Kudryashov yöntemi lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin yeni ve farklı tam çözümlerinin bulunmasına olanak sağlamıştır. Geliştirilen yöntem sırasıyla modifiye edilmiş KdV denklemi ve iki boyutlu KdV-Burger denklemlerine uygulanmıştır. Genelleştirilmiş Kudryashov yöntemi için gerekli olan algoritmaların tasarlanması ve algoritmaya göre oluşturulan kodlar neticesinde ele alınan denklemlerin çözülmesiyle denklemlerin literatürde bulunmayan yeni ve farklı tam çözümleri elde edilmiştir. Uygulaması yapılan denklemlerin tasarlanan algoritmaya göre yazılması, elde edilen çözümlerin iki ve üç boyutlu grafiklerinin çizilmesi için Mathematica 10 paket programından yararlanılmıştır.

Tezin birinci bölümünde gerekli temel tanımlar ile kavramlar ifade edilmiştir. İkinci bölümünde ise Kudryashov yöntemi ve genelleştirilmiş Kudryashov yöntemi ayrıntılı bir şekilde ifade edilmiştir. Üçüncü bölümde genelleştirilmiş Kudryashov yöntemi modifiye edilmiş KdV denklemi ve iki boyutlu KdV-Burger denklemlerine uygulanmıştır. Son bölümde ise genelleştirilen yönteme göre elde edilen yeni ve farklı tam çözümler uygulanan denklemlerin diğer yöntemlerle elde edilen sonuçlarıyla karşılaştırılarak, elde edilen yeni tam çözümlerin değerlendirilmesi yapılmıştır.

1.1. Temel Kavramlar

Bu bölümde bu tezde kullanılan adi diferansiyel denklem, kısmi türevli diferansiyel denklemler ve solitonlar ile ilgili temel kavram ve özellikler ifade edilmiştir.

1.1.1. Diferansiyel Denklemler

Doğada gerçekleşen pek çok fiziksel olayın matematiksel ifadelerle modellenmesiyle elde edilir. Bu denklemlerin çözümleri olayları anlamaya yardımcı olur.

Tanım 1.1: Bilinmesi gereken fonksiyon ve onun türevlerini içeren denkleme diferansiyel denklem denir. Eğer fonksiyon tek değişkenli ise denkleme adi diferansiyel denklem, birden fazla değişkenli ise kısmi türevli diferansiyel denklem denir. Bir n. mertebeden adi diferansiyel denklem; x bağımsız değişkeni, y bağımlı değişkeni göstermek üzere

$$\Psi\left(x, y, y', y'', ... y^{(n)}\right) = 0 \tag{1.1}$$

şeklindedir ifade edilir.

Kısmi türevli diferansiyel denklemlerde ise $x, y, t, ...$ bağımsız değişkenler ve bilinmeyen(aranan) fonksiyon $u = u\left(x, y, t, ...\right)$ şeklinde kabul edildiğinde kısmi türevli diferansiyel denklemin en genel hali

$$S\left(x, y, t, u, u_x, u_y, u_t, u_{xx}, u_{yy}, u_{tt}, u_{xy}, ...\right) = 0 \tag{1.2}$$

şeklinde ifade edilir.

Tanım 1.2: Bir diferansiyel denklemin mertebesi, içinde bulunan en yüksek mertebeli türevin mertebesine dereceye ise en yüksek mertebeli türevin derecesine de diferansiyel denklemin derecesi denir.

Diferansiyel denklemlerin farklı sınıflandırmaları mevcuttur. Sınıflandırma, diferansiyel denklemin içinde yer alan bağımsız değişken sayısına göre yapılabilir. Diferansiyel denklemde bulunan en yüksek mertebeli türevin mertebesi ve derecesine göre de sınıflandırma yapılır. Diferansiyel denklemdeki bilinmeyen fonksiyon ve onun türevlerine bakılarak lineer olup olmadığına göre de sınıflandırma yapılır. Kısaca bağımlı değişkenin ve onun türevlerinin derecesi bir ise lineer diferansiyel denklem, derece birden fazla ise lineer olmayan diferansiyel denklem olarak adlandırılır. Ayrıca bir diferansiyel denklem bağımlı değişken ve onun türevlerinin katsayıları sabit ise sabit katsayılı, değişken katsayılı ise değişken katsayılı ve kompleks katsayılı ise kompleks katsayılı diferansiyel denklemler(sistemler) olarak sınıflandırılabilir.

Kısmi türevli diferansiyel denklemlerdeki sınıflandırma ise adi diferansiyel denklemlerdeki sınıflandırmalardan farklıdır. Bir kısmi türevli diferansiyel denklemde bulunan en yüksek mertebeden türevli terimler lineer olduğunda diferansiyel denklem yarı lineer olarak adlandırılır. Bu tarz denklemlerde eğer en yüksek mertebeden türevlerin katsayıları sadece bağımsız değişkenlerin fonksiyonları ise denkleme hemen hemen lineer diferansiyel denklem denir. Buradan da anlaşılacağı gibi yarı lineer diferansiyel denklemlerin sınıfı, hemen hemen lineer denklem sınıfını, hemen hemen lineer denklem sınıfı da lineer denklem sınıfını kapsar.

Bir kısmi türevli diferansiyel denklemde yer alan bağımsız değişkenin sayısı ve denklemin mertebesinin ne olduğunun çözümünde önemli rolü vardır. Bir kısmi türevli diferansiyel denklemin çözümleri adi diferansiyel denklemlerde olduğu gibi değildir. Kısmi türevli diferansiyel denklemin sonsuz çözümü olabileceği gibi bazen sadece tek bir çözümü bulunabilir bazen ise hiç çözümü bulunamayabilir. Ayrıca bazı özel çözümler dışında tüm çözümleri kapsayan genel bir çözüm bulmak da mümkün olmayabilir. Bir genel çözümdeki keyfi fonksiyon sayısı denklemin mertebesi ile ilişkili olup, n tane değişken içeren m. mertebeden bir kısmi türevli diferansiyel denklemin genel çözümü $n-1$ tane bağımsız değişkenli m tane keyfi fonksiyon barındırır. m. mertebeden bir adi diferansiyel denklemde ise bir bağımsız değişkenli m tane sabit içeren çözümler bulunur.

Tanım1.3: u bilinmeyen fonksiyonun bağımsız değişkenlerinin bir $D \subset R^n$ alt kümesine kısıtlandığını kabul edelim. $u : D \to R$ olmak üzere m. mertebeden bir kısmi türevli diferansiyel denklemin D kümesindeki bir çözümü, D kümesinin bütün iç noktalarında sağlayan C^m sınıfından bir fonksiyon olup, m. mertebe bir kısmi türevli diferansiyel denklemin genel çözümü m tane C^m sınıfından keyfi fonksiyon içeren bir çözümdür.

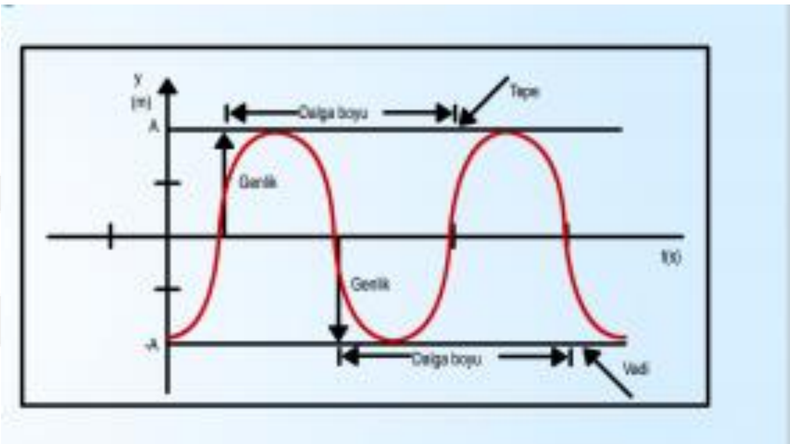
Genel çözümden keyfi fonksiyonların özel olarak seçimi ile bulunan çözümlere özel çözüm denir. Uygulamada en çok karşılaşılan durum bir diferansiyel denkleme başlangıç veya sınır şartları ilave edilerek oluşturulan başlangıç ve sınır değer problemlerinin özel çözümler bulunmaktır.

1.1.2. Solitonlar

Uygulamalı bilimlerde birçok olayda karşımıza çıkan dalga, herhangi bir ortamda veya boşlukta yayılan ve genellikle enerjinin taşınmasına olanak sağlayan titreşimlerin genel bir adıdır. Sudaki yüzey dalgaları, herhangi bir ortamda yayılan ses dalgaları, ışık parçacıklarının hareketleri ve deprem anında oluşan sarsıntılar dalga örnekleri olarak verilebilir. Mekaniksel dalgalar örneğin ses dalgaları ilerleyebilmeleri için belli ortama ihtiyaç duyarken, elektromanyetik dalgalar ise ortama gerek duymadan boşlukta bile yayılırlar. Belli bir ortamda dalganın yayılması ortamın karakteristikleriyle ilgilidir. En basit bir dalgada titreşimler, sabit bir frekansa ve dalga boyuna göre periyodik olarak hareket ederler. Bir dalganın karakterini; genliği, frekansı ve dalga boyu belirler. Burada salınımın şiddeti genliği, salınımın sıklığı frekansı ve dalgaların iki tepesi veya çukuru arasındaki mesafe ise dalga boyunu ifade eder. Dalga hareketi periyodik veya periyodik olmama durumuna göre çeşitlendirilir. Bir kemandan çıkan nota sesi periyodik, bir patlama ile oluşan ses periyodik olmayan dalgalara örnek verilebilir.

Dalgaların sınıflandırılması, duran ve ilerleyen olmak üzere iki şekilde ifade edilir. Duran dalgalar, sabit olarak pozisyonu koruyup, ortamın hareketine ters hareket yapıp veya durağan ortamlarda birbirlerine zıt yönde hareket ederek dalgaların birleşmesi sonucunda oluşurlar. İlerleyen dalgalarda, herhangi iki nokta arasında maddenin taşınması olmadan bu ortamdaki enerjinin yayılmasıyla oluşan çeşididir. Belli bir ortamda ilerleyen dalganın frekansını artırıldığında dalga boyu azalmakta olup, buradaki dalganın hızı f frekansını ve λ dalga boyunu göstermek üzere $v = f\lambda$ şeklinde tanımlanır.

Solitonlar şekil, hız gibi özellikleri değişmeden yayılan dalgalardır. Ayrıca karşılıklı çarpışma veya herhangi bir etkiye maruz bırakıldıklarında kendi özelliklerini koruyabilme konusunda kararlıdırlar. Solitonlar lineer olmayan hızı sürekli değişen fiziksel olayların oluşturduğu sistemlerin çözümlerinde görülürler. Özelikle lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin çözümlerinin fiziksel olayları açıklamalarında katkı sağlarlar. Örneğin akışkanlar mekaniğinde, parçacık fiziğinde, sinir sisteminde nöronların gönderdiği sinyaller, mıknatısların oluşturduğu manyetik hareketler, haberleşmede optik ışınlarının ilerlemesinde ve biyolojik sistemlerde karşımıza çıkan solitonlar teknolojinin ilerlemesiyle kendine birçok uygulama alanı bulmaktadır. Solitary dalgaları ilk olarak 1834 yılında Scott Russell gözlemlemiş ve laboratuvarında su tankları oluşturarak, su tanklarının bir ucuna ağırlık bırakarak ötelenme dalgalarını(solitary dalgaları) bulabilmek adına deneyler yaparak bu dalgalarının özellikleri hakkında önemli bilgiler ifade etmiştir.



Şekil 1.1. Bir dalga profili örneği

Bu gözlemlerde bir soliton şeklinde olan su dalgasının genliği ℓ, yerden uzaklığı (derinliği) h olduğu g yer çekim ivmeli bir ortamda dalganın hızı v

$$v=\sqrt{g\left(\ell+h\right)} \tag{1.1}$$

olduğunu göstermiştir. Normal dalgaların tersine solitary dalgalar asla birleşmez olup, bu nedenle küçük genliğe sahip olan dalga ile büyük genliğe sahip olan dalga birbirleriyle çarpıştıktan sonra iki solitary dalgası birbirlerinden ayrılarak şekillerinde herhangi bir bozulma olmadan hareketlerine devam edeler. Normal dalgalar ise, çarpıştıktan sonra ya düzleşirler yada dikleşerek sönecek bir şekilde hareket ederler. Bu gözlemler sonucunda oluşan dalgaların lineer olmayan bir özellik taşıdığını tespit edilmiştir. O yıllarda Russell'in sonuçları deneysel olarak kalmış ve herhangi bir denklemin çözümünün bir solitary dalga olduğu bulunamamıştır. Ayrıca birçok bilim insanı, bir denklemin çözümünü veren solitary dalga problemlerini yıllarca araştırmışlardır. 1895 yılında ilk defa ünlü Hollandalı matematikçi Korteweg ve öğrencisi de Vries KdV denklemi olarak adlandırılan

$$u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 0 \tag{1.2}$$

denklemin η dalga sayısını göstermek üzere

$$u(x,t) = \ell \,\mathrm{Sech}^2\left(\eta(x - vt)\right),\ v = 2\ell = 4\eta^2 \tag{1.6}$$

çözümünün bir solitary dalga özelliğinde olduğunu göstermişlerdir [36]. KdV denklemi derinliği az olan sularda oluşan dalgaların sürekli bir biçimde yayılışını açıklayan model olarak ifade edilmiştir. Bununla birlikte, dalgaların yapısının kararlı olup olmadığı ve iki solitary dalganın çarpışmasıyla şekillerinin değişip değişmediği belirlenememiştir. 1965 yılında Kruskal ve Zabusky, sonlu farklar metoduyla KdV denkleminin çözümlerini araştırdıklarında dalgalarının çarpışması sırasında şekillerini koruduklarını gözlemlediler ve bu tip dalgalara soliton adını verdiler [36]. Bu çalışma, soliton teorisinin en önemli dönüm noktasıdır. 1967 yılında Gardner ve ark. ters saçılma yöntemini geliştirilerek, KdV denkleminin soliton çözümleri analitik olarak bulmuşlardır [36]. Soliton çözümleri, hem analitik hem de nümerik olarak elde edildikten sonra, soliton üzerine yapılan çalışmalarda artma gözlemlenmiştir. Günümüzde solitonlar elektronik ve telekomünikasyon alanlarında oldukça sık çalışılmaktadır. 2006 yılında Ham ve ark. tarafından geliştirilen elektronik bir cihaz ile soliton dalgalar üretilmiştir [36].

2. YÖNTEMLER

Bu bölümde Kudryashov yöntemlerinin detaylı bir incelenmesi yapılmıştır. İlk önce Nikolay A. Kudryashov' un önerdiğini klasik Kudryashov yöntemi verilmiş daha sonra ise bu önerilen yönteminin genelleştirilmesiyle elde edilen genelleştirilmiş Kudryashov yönteminden bahsedilmiştir. Kudryashov yöntemleri ile ilgili birçok bilim insanı çalışmalar yapmış ve ele alınan bu yöntem geliştirilerek farklı lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin tam çözümlerini bulunmuştur.

2.1. Klasik Kudryashov Yöntemi

Nikolay A. Kudryashov tarafından ilk kez önerilen Kudryashov yöntemi; kısmi türevli diferansiyel denklemlerin analitik çözümlerinin bulunmasına imkân sağlamaktadır. Bu bölümde, Kudryashov yönteminin algoritması aşağıda ifade edilmiştir. Bağımsız değişkenler $x, y, z, ..., t$ olmak üzere bir lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denkleminin polinom formunu

$$\Lambda\left(u, u_x, u_y, u_z ..., u_t, ..., u_{xx}, u_{xy}, u_{xz}, ..., u_{xt}, ...\right) = 0 \tag{2.1}$$

şeklinde kabul edelim. İlk olarak, hareketli dalga çözümlerini hesaba katarak lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemin lineer olmayan adi diferansiyel denklemlere indirgenmesini yapmak için, h_k $(k = 1, 2, 3, ..., m)$ sabitler, Λ' de $u(x, y, z, \ldots, t)$ nin bir polinomu olmak üzere

$$u\left(x, y, z, \ldots, t\right) = u\left(\eta\right), \quad \eta = h_1 x + h_2 y + h_3 z + ... + h_m t \tag{2.2}$$

hareketli dalga dönüşümünü kullanılır. (2.1) kısmi türevli denkleme bu tanımlanan hareketli dalga dönüşümü uygulandığında ve denklemdeki kısmi türevlerin karşılıkları yerine yazıldığında

$$\mathrm{N}\left(u, u', u'', u''', ...\right) = 0 \tag{2.3}$$

şeklindeki bir adi diferansiyel denklem elde edilir. (2.3) denklemindeki $u(\eta)$ çözüm fonksiyonunu; $a_i\left(i=0,\cdots,N\right)$ daha sonra belirlenecek sabitler ve $Q'_\eta = Q^2 - Q$ diferansiyel denkleminin çözümünden elde edilen $Q(\eta)=\dfrac{1}{1+e^\eta}$ fonksiyonu olmak üzere

$$u(\eta)=\sum_{n=0}^{N} a_n Q^n(\eta) \tag{2.4}$$

şeklinde kabul edelim. (2.4) çözüm fonksiyonundan faydalanılarak (2.3) diferansiyel denkleminde bulunan ilgili türevler

$$u'(\eta)=\sum_{n=0}^{N} a_n n Q^n (Q-1)$$

$$u''(\eta)=\sum_{n=0}^{N} a_n n Q^n (Q-1)\left[(n+1)Q-n\right] \tag{2.5}$$

$$u'''(\eta)=\sum_{n=0}^{N} a_n n Q^n (Q-1)\left[\left(n^2+3n+2\right)Q^2-\left(2n^2+3n+1\right)Q+n^2\right]$$

$$\vdots$$

şeklinde hesaplanır. (2.5) ifadesinden elde edilen türevler bakıldığında (2.3) denklemindeki gibi bir Q fonksiyonunun bir polinom ifadesine bulunur. (2.4) ifadesinde yer alan N sayısını belirlemek için (2.3) ifadesinde yer alan lineer olmayan yüksek dereceden terim ile en yüksek mertebeden türev içeren terim arasında balans işlemi uygulanır. Böylece çözüm fonksiyonu için gerekli olan N sayısı belirlenmiş olur. Oluşan (2.4) çözüm fonksiyonuna göre denklemde yer alan türevler hesaplanıp, (2.3) denkleminde yerine yazıldığında Q fonksiyonuna bağlı sıfır polinomu elde edilir. Sıfır polinomunda yer alan katsayıların sıfıra eşitlenmesiyle bir cebirsel denklem sistemi elde edilir. Elde edilen bu cebirsel denklem sistemi Mathematica 10 paket programı yardımıyla çözüldüğünde, hesaplanması gereken

$a_i\left(i=0,\cdots,N\right)$ ve $h_k\ \left(k=1,2,3,...,m\right)$ katsayıları bulunur. Bulunan bu katsayılar (2.4) çözüm fonksiyonunda yerine yazılır. Böylece elde edilen $u\left(\eta\right)$ şeklindeki çözüm fonksiyonlarına (2.2) ifadesinde yer alan ters dönüşüm uygulandığında, (2.1) denkleminin yeni hareketli dalga tam çözümleri bulunur.

2.2. Genelleştirilmiş Kudryashov Yöntemi

Bu bölümde geliştirilen Kudryashov yöntemlerinden hareketle genelleştirilmiş Kudryashov yöntemi ile yeni tam çözümlerin bulunabilmesi hedeflenmiştir. Böylece farklı soliton çözümlerin elde edilmesi mümkün olacağı düşünülmüştür. 2.1 bölümde tanıtılan (2.1) ifadesindeki lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemine (2.2) ifadesindeki hareketli dalga dönüşümü uygulandığında, (2.3) şeklindeki bir lineer olmayan adi diferansiyel denklem bulunur. (2.4) ifadesindeki çözüm fonksiyonu yerine $a_i\left(i=0,\cdots,N\right), b_j\left(j=0,\cdots,M\right)$ daha sonra belirlenecek sabitler ve $Q'_\eta=Q^2-Q$ diferansiyel denkleminin çözümünden elde edilen $Q\left(\eta\right)=\dfrac{1}{1\pm e^\eta}$ fonksiyonu olmak üzere yeni çözüm fonksiyonunu

$$u\left(\eta\right)=\frac{\sum_{i=0}^{N}a_iQ^i\left(\eta\right)}{\sum_{j=0}^{M}b_jQ^j\left(\eta\right)}=\frac{A\left[Q\left(\eta\right)\right]}{B\left[Q\left(\eta\right)\right]} \tag{2.6}$$

kabul edelim. (2.6) çözüm fonksiyonundan faydalanılarak (2.3) diferansiyel denkleminde bulunan ilgili türevler

$$u'\left(\eta\right)=\frac{A'Q'B-AB'Q'}{B^2}=\left(Q^2-Q\right)\frac{A'B-AB'}{B^2}$$

$$u''(\eta)=\frac{Q^2-Q}{B^2}\left[(2Q-1)(A'B-AB')+\frac{Q^2-Q}{B}\left(B(A''B-AB'')-2B'A'B+2AB'^2\right)\right]$$

$$\begin{aligned}
u'''(\eta)=&\left(Q^2-Q\right)^3\left[\frac{\left(A'''B-AB'''-3A''B'-3B''A'\right)B+6B\left(AB''+B'A'\right)}{B^3}\right]\\
&+3\left(Q^2-Q\right)^2(2Q-1)\left[\frac{B\left(A''B-AB''\right)-2B'A'B+2AB'^2}{B^3}\right]\\
&+\left(Q^2-Q\right)\left(6Q^2-6Q+1\right)\left[\frac{A'B-AB'}{B^2}\right]\\
&\vdots
\end{aligned}\tag{2.7}$$

şeklinde hesaplanır. (2.7) ifadesindeki elde edilen türevler incelendiğinde (2.6) çözüm fonksiyonunda belirtildiği gibi rasyonel bir Q fonksiyonunun bir polinom ifadesine

$$u(\eta)=\frac{a_0+a_1Q+a_2Q^2+\cdots+a_NQ^N}{b_0+b_1Q+b_2Q^2+\cdots+b_MQ^M}\tag{2.8}$$

elde edilir. (2.6) ifadesinde yer alan N ve M sayılarını belirlemek için (2.3) ifadesinde yer alan lineer olmayan yüksek dereceden terim ile en yüksek mertebeden türev içeren terim arasında balans işlemi uygulanır. Böylece çözüm fonksiyonu için gerekli olan N ve M sayıları birbirlerine bağlı olarak belirlenir. Tekrardan belirlenen sayılar için yazılan (2.6) çözüm fonksiyonuna göre denklemde yer alan türevler hesaplanıp, (2.3) denkleminde yerine yazıldığında Q fonksiyonuna bağlı sıfır polinomu bulunur. Sıfır polinomunda yer alan katsayıların sıfıra eşitlenmesiyle bir cebirsel denklem sistemi elde edilir. Elde edilen bu cebirsel denklem sistemi Mathematica 10 paket programı yardımıyla çözüldüğünde, hesaplanması gereken $a_i\left(i=0,\cdots,N\right)$, $b_j\left(j=0,\cdots,M\right)$ ve h_j $\left(j=1,2,3,...,m\right)$ katsayıları elde edilir. Elde edilen bu katsayılar (2.6) çözüm fonksiyonunda yerine yazılır. Böylece elde edilen $u(\eta)$ şeklindeki çözüm fonksiyonlarına (2.2) ifadesinde yer alan ters dönüşüm uygulandığında, (2.1) denkleminin yeni hareketli dalga tam çözümleri elde edilir.

3. BULGULAR

Bu bölümde modifiye edilmiş KdV denklemi ile iki boyutlu KdV-Burger denklemi genel hatlarıyla irdelenmiş, daha sonra genelleştirilmiş Kudryashov yönteminin bu denklemlere uygulamaları yapılmıştır.

3.1. Modifiye Edilmiş KdV Denklemi ve Uygulaması

Modifiye edilmiş KdV denklemi, polarite simetrisi olan sistemlerde doğrusal olmayan dalga yayılımını tanımlar. Modifiye edilmiş KdV denklemi, elektrik devreleri ve çok bileşenli plazmalar, elektrodinamik, boyutlandırılmış filmlerde elektromanyetik dalgalar, trafik akışı ve elastik ortamlar gibi uygulamalarda ortaya çıkar. Modifiye edilmiş KdV denkleminin en genel hali

$$\frac{\partial u}{\partial t}+6\sigma u^2\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}=0 \tag{3.1}$$

şeklindedir [37-39]. Bu denklem sonsuz sayıda koruma kanunu ve Lax çifti oluşturulmasında önemli bir rol oynar. Lax çifti, ters saçılma dönüşümüne ve ardından soliton teorisinin oluşumuna yol açtı. MKdV denklemi aynı zamanda özel soliton davranış ve nefes alan solitonları (breathers) ile de ünlüdür. Burada σ sıfırdan faklı keyfi sabittir. u_t ifadesi, dalganın bir yönde yayılmasının zaman içindeki gelişimini karakterize eder. Bu denklem aynı zamanda iki olumsuz etki içerir. Birincisi dalgayı yakalamak için hesaplanan u^2u_x olarak olmayan bir ifade ve lineer dağılım, dalganın yayılması için sunulan u_{xxx} biçimine sahiptir. Ayrıca u denklemi sağlayan x ve t bağımsız değişkenlerine bağlı bir fonksiyondur. (3.1) denklemine genelleştirilmiş Kudryashov yöntemini uygulamak için ilk önce hareketli dalga dönüşümü olarak

$$u(x,\,t)=u(\xi),\;\;\xi=kx-wt \tag{3.2}$$

alalım. $u=u(\xi)$, $\dfrac{\partial u}{\partial \xi}=u'$ olmak üzere, (3.1) denklemi

$$-wu'+6k\sigma u^2u'+k^3u'''=0 \tag{3.3}$$

şeklinde lineer olmayan 3. mertebeden bir adi diferansiyel denklem indirgenir. (3.3) denklemi bu aşamada integre edilebilir olduğu için, integrasyon sabitini sıfıra kabul ederek bir kez ξ ye göre integre edildiğinde

$$-wu+2k\sigma u^3+k^3u''=0 \tag{3.4}$$

elde edilir. (2.6) çözüm fonksiyonunu (3.4) denkleminin çözümü olarak kabul edelim. Burada yer alan N ve M sayılarını belirlemek için balans prosedürünü uygulamak gerekmektedir. Genelleştirilmiş Kudryashov yöntemine uygun balans işlemi elde edilen (3.4) denkleminde yer alan en yüksek mertebeden türev içeren u'' terimi ile en yüksek dereceden lineer olmayan u^3 terimleri arasında aşağıdaki gibi yapılır. (2.8) denkleminde belirtilen

$$u=Q(\xi)^{N-M}+\ldots \tag{3.5}$$

şeklinde yazılabileceğinden ve diğer balans prosedürü için gerekli olan terimler gerekli bağıntılardan kısaca

$$u^3=Q(\xi)^{3N-3M}+\ldots \tag{3.6}$$

$$u''(\xi)\cong Q(\xi)^{N-M+2}+\ldots \tag{3.7}$$

olarak belirlenir. Buna göre elde edilen $u''\approx u^3$ terimlerinin denkliğinden balans terimi $N=M+1$ olarak elde edilir. Eğer burada $M=1$ alınırsa, $N=2$ olarak elde edilir. Bu balans terimleri (2.8) ifadesinde yerine yazıldığında (3.1) denklemin yeni çözüm fonksiyonunun genel hali

$$u(\xi)=\frac{a_0+a_1Q+a_2Q^2}{b_0+b_1Q} \tag{3.8}$$

olarak belirlenir. (3.4) denkleminde yer alan u'' ve u^3 terimleri (3.8) çözüm fonksiyonuna göre

$$u'(\xi)=\left(Q^2-Q\right)\frac{\left(a_1+2a_2Q\right)\left(b_0+b_1Q\right)-\left(a_0+a_1Q+a_2Q^2\right)b_1}{\left(b_0+b_1Q\right)^2}$$

$$u''(\eta)=\frac{Q^2-Q}{\left(b_0+b_1Q\right)^2}\left[\begin{array}{l}\left(2Q-1\right)\left(a_1+2a_2Q\right)\left(b_0+b_1Q\right)-\left(a_0+a_1Q+a_2Q^2\right)b_1\\ +\dfrac{Q^2-Q}{b_0+b_1Q}\left(\begin{array}{l}\left(b_0+b_1Q\right)\left(2a_2\left(b_0+b_1Q\right)\right)-2b_1\left(a_1+2a_2Q\right)\left(b_0+b_1Q\right)\\ +2b_1^2\left(a_0+a_1Q+a_2Q^2\right)\end{array}\right)\end{array}\right] \tag{3.9}$$

hesaplandıktan sonra (3.4) denkleminde yerine yazıldığında $Q(\xi)$ fonksiyonuna bağlı bir polinom denklemi bulunur. Bu polinom sıfır polinomu olarak kabul edildiğinde, bu polinomun katsayıları sıfıra eşitlenerek bir cebirsel denklem sistemi elde edilir. Bu sistem Mathematica 10 paket programıyla yardımıyla ilgili algoritmalara göre çözüldüğünde a_0,a_1,a_2,b_0,b_1 ve k,w katsayıları elde edilir. Bu katsayılar (3.8) çözüm fonksiyonunda yerine yazılarak (3.1) denkleminin aşağıda belirtilen durumlardaki çözümleri elde edilmiştir.

1. Durum:

$$a_0=\frac{ikb_0}{2\sqrt{\sigma}},\ a_1=0,\ a_2=\frac{-2ikb_0}{\sqrt{\sigma}},\ b_0=b_0,\ b_1=2b_0,\ w=\frac{-k^3}{3} \tag{3.10}$$

bulunan katsayıları için (3.8) çözüm fonksiyonu

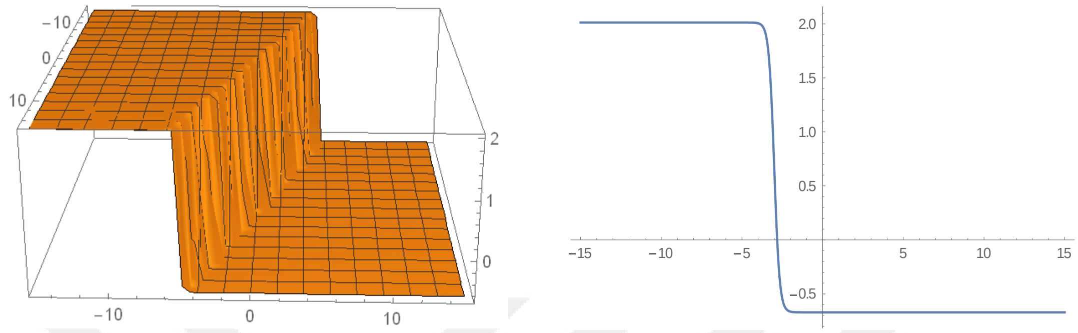
$$u_1(\xi_1)=\frac{a_0+a_2Q^2(\xi_1)}{b_0+b_1Q(\xi_1)}, \tag{3.11}$$

şeklindedir. Ayrıca (3.11) çözüm fonksiyonu için $Q'_\xi=Q^2-Q$ denkleminden elde edilen $Q(\xi)=\dfrac{1}{1\pm e^{\xi}}$ fonksiyonu yerine yazıldığında $\xi_1=kx+\dfrac{k^3}{3}t$ ve $C_1=\dfrac{ik}{2\sqrt{\sigma}}$ olmak üzere sırasıyla karanlık(dark) soliton çözümleri

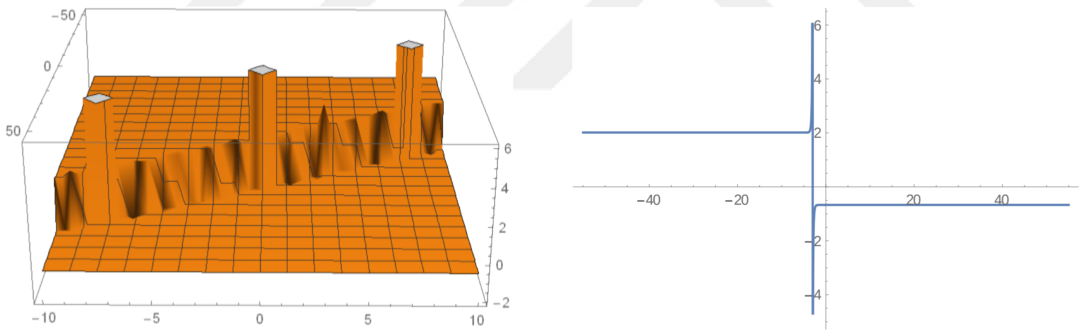
$$u_{1,1}(x,t)=C_1\left[1-2\tanh\left(kx+\frac{k^3}{3}t\right)\right] \tag{3.12}$$

$$u_{1,2}(x,t) = C_1\left[1 - 2\coth\left(kx + \frac{k^3}{3}t\right)\right] \tag{3.13}$$

elde edilir.



Şekil 3.1. (3.12) denklemindeki çözümün $k = 2,\ \sigma = 5$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.



Şekil 3.2. (3.13) denklemindeki çözümün $k = 2,\ \sigma = 5$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.

2. Durum:

$$a_0 = \frac{-ikb_0}{2\sqrt{\sigma}},\ a_1 = \frac{2ikb_0}{\sqrt{\sigma}},\ a_2 = \frac{-2ikb_0}{\sqrt{\sigma}},\ b_0 = b_0,\ b_1 = -2b_0,\ w = -2k^3 \tag{3.14}$$

elde edilen katsayıları için (3.8) çözüm fonksiyonu

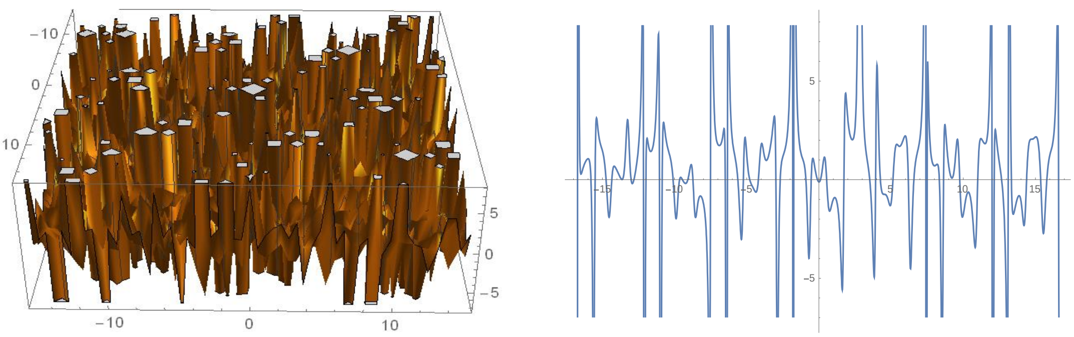
$$u_2(\xi_2)=\frac{a_0+a_1Q(\xi_2)+a_2Q^2(\xi_2)}{b_0+b_1Q(\xi_2)}, \tag{3.15}$$

şeklindedir. Ayrıca (3.15) çözüm fonksiyonu için $Q'_\xi = Q^2 - Q$ denkleminden elde edilen $Q(\xi)=\frac{1}{1\pm e^{\xi}}$ fonksiyonu yerine yazıldığında $\xi_2 = kx + 2k^3t$ ve $C_2 = \frac{ik}{\sqrt{\sigma}}$ olmak üzere sırasıyla karanlık(dark) soliton çözümleri

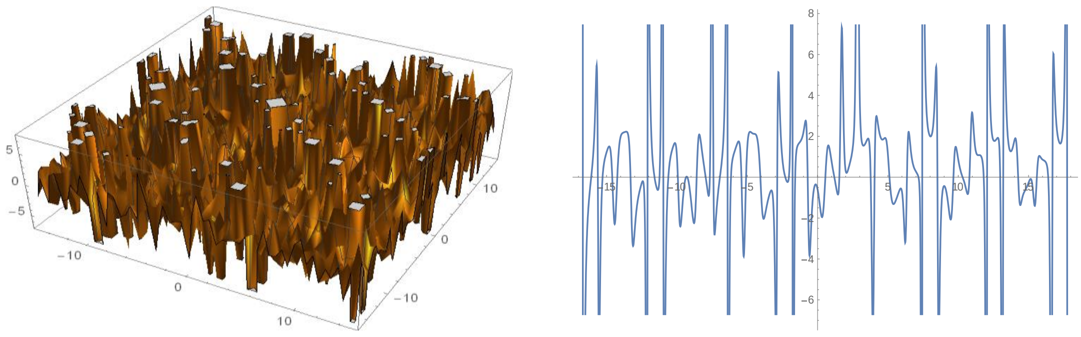
$$u_{2,1}(x,t)=C_2\left[\frac{1+2\tanh^2\left(kx+2k^3t\right)-2\tanh\left(kx+2k^3t\right)}{2\tanh\left(kx+2k^3t\right)-1}\right] \tag{3.16}$$

$$u_{2,2}(x,t)=C_2\left[\frac{1+2\coth^2\left(kx+2k^3t\right)-2\coth\left(kx+2k^3t\right)}{2\coth\left(kx+2k^3t\right)-1}\right] \tag{3.17}$$

elde edilir.



Şekil 3.3. (3.16) denklemindeki çözümün $k=\sqrt{2},\ \sigma=i$ değerleri için reel kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.



Şekil 3.4. (3.17) denklemindeki çözümün $k=\sqrt{2},\ \sigma=i$ değerleri için sanal kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.

3. Durum:

$$a_0=0,\ a_1=\frac{2ikb_0}{\sqrt{\sigma}},\ a_2=\frac{-2ikb_0}{\sqrt{\sigma}},\ b_0=b_0,\ b_1=-2b_0,\ w=k^3 \tag{3.18}$$

elde edilen katsayıları için (3.8) çözüm fonksiyonu

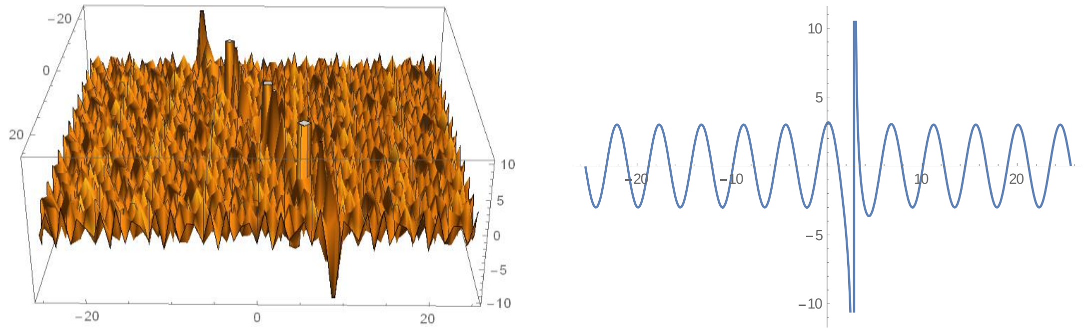
$$u_3(\xi_3)=\frac{a_1Q(\xi_3)+a_2Q^2(\xi_3)}{b_0+b_1Q(\xi_3)}, \tag{3.19}$$

şeklindedir. Ayrıca (3.19) çözüm fonksiyonu için $Q'_\xi=Q^2-Q$ denkleminden elde edilen $Q(\xi)=\dfrac{1}{1\pm e^{\xi}}$ fonksiyonu yerine yazıldığında $\xi_3=kx+k^3t$ ve $C_3=\dfrac{2ik}{\sqrt{\sigma}}$ olmak üzere sırasıyla soliton çözümleri

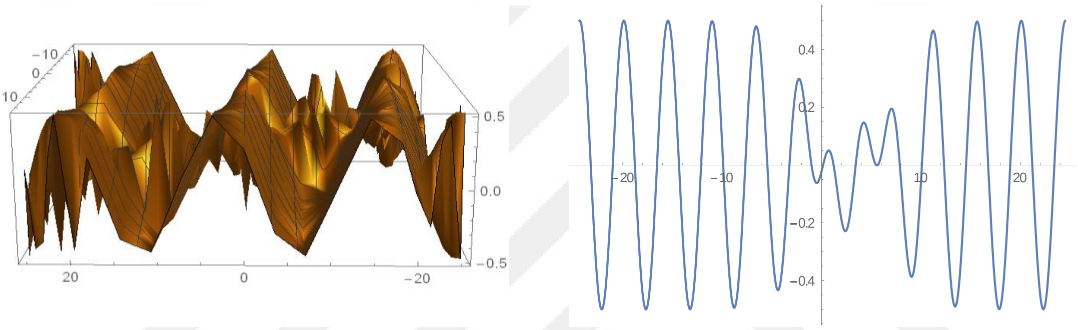
$$u_{3,1}(x,t)=C_3\left[\frac{\tanh^2(kx+k^3t)-\tanh(kx+k^3t)}{2\tanh(kx+k^3t)-1}\right] \tag{3.20}$$

$$u_{3,2}(x,t)=C_3\left[\frac{\coth^2(kx+k^3t)-\coth(kx+k^3t)}{2\coth(kx+k^3t)-1}\right] \tag{3.21}$$

bulunur.



Şekil 3.5. (3.20) denklemindeki çözümün $k = i\sqrt{2},\ \sigma = 3$ değerleri için reel kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.



Şekil 3.6. (3.21) denkleminde $k = i\sqrt{2},\ \sigma = 3$ değerleri için sanal kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.

4. Durum:

$$a_0 = \frac{ikb_0}{\sqrt{\sigma}},\ a_1 = a_2 = 0,\ \ b_0 = b_0,\ b_1 = -2b_0,\ w = \frac{-k^3}{3} \tag{3.22}$$

elde edilen katsayıları için (3.8) çözüm fonksiyonu

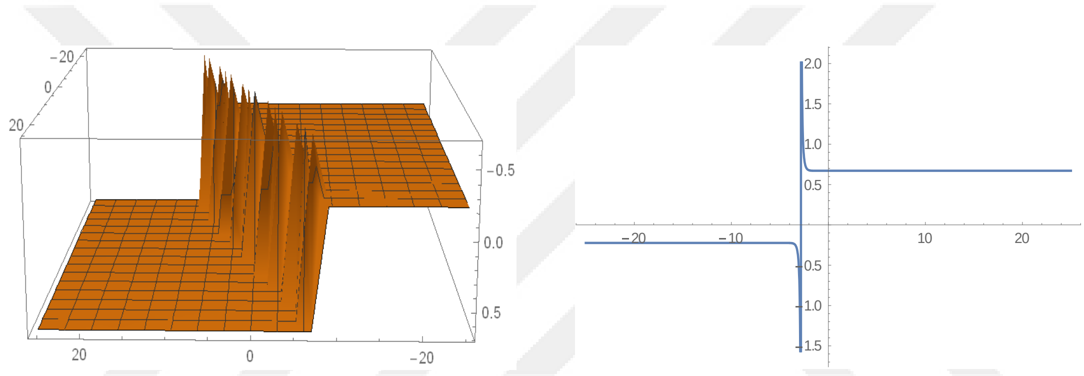
$$u_4(\xi_1) = \frac{a_0}{b_0 + b_1 Q(\xi_1)}, \tag{3.23}$$

şeklindedir. Ayrıca (3.23) çözüm fonksiyonu için $Q'_\xi = Q^2 - Q$ denkleminden elde edilen $Q(\xi) = \dfrac{1}{1 \pm e^{\xi}}$ fonksiyonu yerine yazıldığında $C_4 = \dfrac{-ik}{\sqrt{\sigma}}$ olmak üzere sırasıyla soliton çözümleri

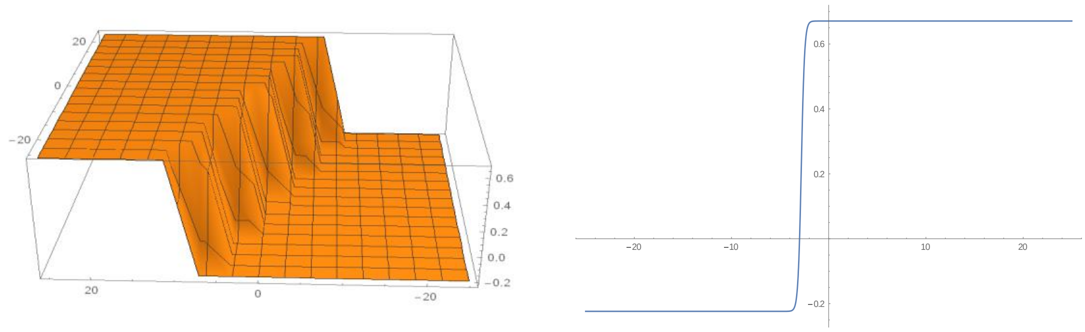
$$u_{4,1}(x,t)=C_4\left[\frac{1}{2-4\tanh\left(kx+\frac{k^3}{3}t\right)}\right] \tag{3.24}$$

$$u_{4,2}(x,t)=C_4\left[\frac{1}{2-4\coth\left(kx+\frac{k^3}{3}t\right)}\right] \tag{3.25}$$

elde edilir.



Şekil 3.7. (3.24) denkleminde $k=3,\ \sigma=5$ değerleri için sanal kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.



Şekil 3.8. (3.25) denkleminde $k=3,\ \sigma=5$ değerleri için sanal kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.

5. Durum:

$$a_0 = \frac{-ikb_0}{2\sqrt{\sigma}},\ a_1 = \frac{ikb_0}{\sqrt{\sigma}},\ a_2 = b_1 = 0,\ \ b_0 = b_0,\ w = \frac{-k^3}{2} \tag{3.26}$$

elde edilen katsayıları için (3.8) çözüm fonksiyonu

$$u_5\left(\xi_4\right) = \frac{a_0 + a_1 Q\left(\xi_4\right)}{b_0}, \tag{3.27}$$

şeklindedir. Ayrıca (3.27) çözüm fonksiyonu için $Q'_\xi = Q^2 - Q$ denkleminden elde edilen $Q\left(\xi\right) = \frac{1}{1 \pm e^{\xi}}$ fonksiyonu yerine yazıldığında $\xi_4 = kx + \frac{k^3}{2}t$ ve $C_5 = \frac{-ik}{2\sqrt{\sigma}}$ olmak üzere sırasıyla soliton çözümleri

$$u_{5,1}\left(x,t\right) = C_5\left[2\tanh\left(kx + \frac{k^3}{2}t\right) - 1\right] \tag{3.28}$$

$$u_{5,2}\left(x,t\right) = C_5\left[2\coth\left(kx + \frac{k^3}{2}t\right) - 1\right] \tag{3.29}$$

bulunur.

Eğer balans prosedüründe $M = 2$ olarak seçilirse, $N = 3$ olarak elde edilir. Bu balans terimleri (2.8) ifadesinde yerine yazıldığında (3.1) denklemin yeni çözüm fonksiyonunun genel hali

$$u\left(\xi\right) = \frac{a_0 + a_1 Q + a_2 Q^2 + a_3 Q^3}{b_0 + b_1 Q + b_2 Q^2} \tag{3.30}$$

olarak şekillenir. Buda (3.1) modifiye edilmiş KdV denkleminin diğer soliton çözümlerini bulmamıza olanak tanır. Balans işleminde yer alan sayıların değişmesi ile çoklu soliton çözümlerini elde etmemiz mümkündür.

Modifiye edilmiş KdV denkleminin elde edilen tüm çözümleri incelendiğinde; (3.12) ve (3.13) tam çözümleri literatürdeki Abdelrahman’ın [39] sırasıyla (33) ve (34) çözümleri ile benzerlik göstermektedir. Diğer elde ettiğimiz tam çözümler ise literatürde bulunmayan çözümler olup, genelleştirilen Kudryashov yöntemi sayesinde bu denklemin yeni tam çözümleri olduğu söylenebilir. Burada elde edilen bu yeni tam çözümlerin modifiye edilmiş KdV denklemini sağladığı kontrol edilmiştir.

3.2. İki Boyutlu KdV-Burger Denklemi ve Uygulaması

Lineer olmayan iki boyutlu KdV-Burger denklemi

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+p\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}-q\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_x+r\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0 \tag{3.31}$$

şeklindedir [40]. Korteweg-de Vries-Burgers (KdVB) denklemi, en ünlü lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerden biridir. Bu denklem dikdörtgen bir kanalda sığ su dalgalarını tanımlamak için akışkanlar mekaniğinden türetilmiş olup, aynı zamanda plazma fiziğinde de önemli bir rol oynar. Burgers denklemi ikinci dereceden lineer olmayan bir kısmi diferansiyel denklemdir, akışkan dinamiği ve mühendislikte türbülans, sınır tabakası davranışı, şok dalgası oluşumu ve kütle taşınımı için basitleştirilmiş bir model olarak kullanılır. KdV-Burgers denklemi, birçok farklı fiziksel bağlamda dağılma, dağılma ve lineer olmama etkilerini içeren bir model denklemi olarak ortaya çıkar. Bu denklemin görüldüğü bazı örnekler, viskoz bir akışkan, gaz kabarcıkları içeren sıvılar ve türbülans ile doldurulmuş elastik bir tüp üzerindeki dalgaların yayılması verilebilir.

Literatürde, KdV-Burgers denklemi için tam çözümleri elde etmek üzere çok çeşitli yöntemler kullanılarak çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Ayrıca KdV-Burgers denkleminin tam çözümlerini bir dizi üstel fonksiyonlar kullanılarak çözüm elde ettiler. KdV-Burgers denklemine hareketli dalga çözümlerinin kapsamlı bir açıklaması, Jeffrey ve Kakutani [41] tarafından yapılan inceleme makalesinde de bulunabilir.

Tezin bu kısmında iki boyutlu KdV-Burger denklemine genelleştirilmiş Kudryashov yöntemi uygulanmıştır. Bu denklem için hareketli dalga dönüşümü

$$u(x,y,t)=u(\tau),\ \tau=\alpha x+\beta y+ct, \tag{3.32}$$

şeklinde uygulandığında ve τ'ya göre iki kez integrali alınıp integrasyon sabitleri sıfır olarak seçildiğinde, (3.32) denklemi

$$\left(\alpha c+r\beta^2\right)u(\tau)+\frac{\alpha^2}{2}u^2(\tau)-q\alpha^3u'(\tau)+\alpha^4pu''(\tau)=0 \tag{3.33}$$

şeklinde lineer olmayan ikinci mertebeden bir adi diferansiyel denkleme indirgenir. Elde edilen (3.33) denklemi için önerilen çözüm fonksiyonunu belirlemeden önce çözüm fonksiyonunda yer alan N ve M sayılarını belirlemek için balans prosedürünü uygulamak gerekmektedir. Balans prosedürünü elde edilen (3.33) denklemindeki en yüksek mertebeden türev u'' terimi ile en yüksek dereceden lineer olmayan u^2 terimleri arasında aşağıdaki gibi uygulayalım. (2.8) denkleminde belirtilen

$$u=Q(\tau)^{N-M}+\ldots \tag{3.34}$$

şeklinde yazılabileceğinden ve diğer balans prosedürü için gerekli olan terimler gerekli bağıntılardan kısaca

$$u^2=Q(\tau)^{2N-2M}+\ldots \tag{3.35}$$

$$u''(\tau)\cong Q(\tau)^{N-M+2}+\ldots \tag{3.36}$$

olarak belirlenir. Buna göre elde edilen $u''\approx u^2$ terimlerinin denkliğinden balans terimi $N=M+2$ olarak elde edilir. Eğer burada $M=1$ alınırsa, $N=3$ olarak elde edilir. Bu balans terimleri (2.8) ifadesinde yerine yazıldığında (3.31) denklemin yeni çözüm fonksiyonunun genel hali

$$u(\tau)=\frac{a_0+a_1Q+a_2Q^2+a_3Q^3}{b_0+b_1Q} \tag{3.37}$$

olarak belirlenir. (3.33) denkleminde yer alan u', u'' ve u^2 terimleri (3.37) çözüm fonksiyonuna göre

$$u'(\tau)=\left(Q^2-Q\right)\frac{\left(a_1+2a_2Q+3a_3Q^2\right)\left(b_0+b_1Q\right)-\left(a_0+a_1Q+a_2Q^2+a_3Q^3\right)b_1}{\left(b_0+b_1Q\right)^2}$$

$$u''(\tau)=\frac{Q^2-Q}{\left(b_0+b_1Q\right)^2}\left[\begin{array}{l}\left(2Q-1\right)\left(a_1+2a_2Q+3a_3Q^2\right)\left(b_0+b_1Q\right)-\left(a_0+a_1Q+a_2Q^2+a_3Q^3\right)b_1\\ +\dfrac{Q^2-Q}{b_0+b_1Q}\left(\begin{array}{l}\left(b_0+b_1Q\right)^2\left(2a_2+6a_3Q\right)\\ -2b_1\left(a_1+2a_2Q+3a_3Q^2\right)\left(b_0+b_1Q\right)\\ +2b_1^2\left(a_0+a_1Q+a_2Q^2+a_3Q^3\right)\end{array}\right)\end{array}\right] \tag{3.38}$$

hesaplandıktan sonra (3.33) denkleminde yerine yazıldığında $Q(\tau)$ fonksiyonuna bağlı bir polinom denklemi bulunur. Bu polinom sıfır polinomu olarak kabul edildiğinde, bu polinomun katsayıları sıfıra eşitlenerek bir cebirsel denklem sistemi elde edilir. Bu sistem Mathematica 10 paket programıyla yardımıyla ilgili algoritmalara göre çözüldüğünde a_0,a_1,a_2,a_3,b_0,b_1 ve α,β,c katsayıları elde edilir. Bu katsayılar (3.37) çözüm fonksiyonunda yerine yazılarak (3.31) denkleminin aşağıda belirtilen durumlardaki çözümleri elde edilmiştir.

1. Durum:

$$a_0=-\frac{12q^2b_0}{25p},\ a_1=a_3+\frac{24q^2b_0}{25p},\ a_2=-2a_3-\frac{12q^2b_0}{25p},\ a_3=a_3,\ b_0=b_0,$$

$$b_1=-\frac{25pa_3}{12q^2},\ \alpha=\frac{q}{5p},\ c=\frac{6q^3}{25p^2}-\frac{5pr\beta^2}{q} \tag{3.39}$$

bulunan katsayıları için (3.37) çözüm fonksiyonu

$$u_1(\tau_1)=\frac{a_0+a_1Q(\tau_1)+a_2Q^2(\tau_1)+a_3Q^3(\tau_1)}{b_0+b_1Q(\tau_1)}, \tag{3.40}$$

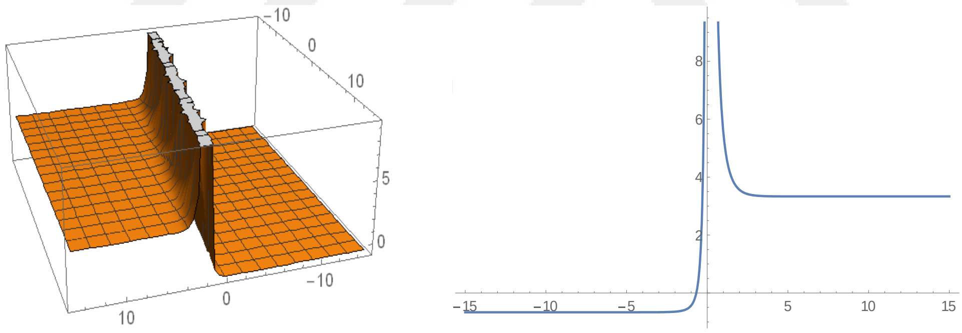
şeklindedir. Ayrıca (3.40) çözüm fonksiyonu için $Q'_\xi=Q^2-Q$ denkleminden elde edilen $Q(\xi)=\dfrac{1}{1\pm e^{\xi}}$ fonksiyonu yerine yazıldığında

$\tau_1 = \frac{q}{5p}x + \beta y + \left(\frac{6q^3}{25p^2} - \frac{5pr\beta^2}{q}\right)t$ ve $D_1 = \frac{-12q^2}{25p}$ olmak üzere sırasıyla karanlık(dark) soliton çözümleri

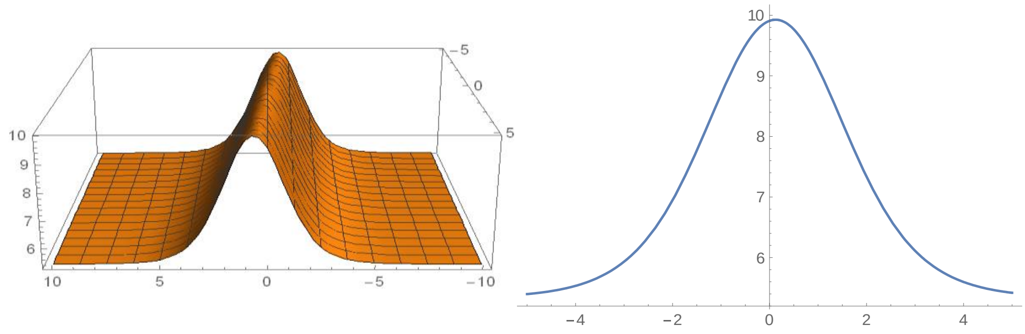
$$u_{1,1}(x,y,t) = D_1\left[\begin{array}{l}\tanh^2\left(\frac{q}{5p}x + \beta y + \left(\frac{6q^3}{25p^2} - \frac{5pr\beta^2}{q}\right)t\right) \\ -2\tanh\left(\frac{q}{5p}x + \beta y + \left(\frac{6q^3}{25p^2} - \frac{5pr\beta^2}{q}\right)t\right) + 1\end{array}\right] \tag{3.41}$$

$$u_{1,2}(x,y,t) = D_1\left[\begin{array}{l}\coth^2\left(\frac{q}{5p}x + \beta y + \frac{6q^3}{25p^2} - \frac{5pr\beta^2}{q}t\right) \\ -2\coth\left(\frac{q}{5p}x + \beta y + \frac{6q^3}{25p^2} - \frac{5pr\beta^2}{q}t\right) + 1\end{array}\right] \tag{3.42}$$

elde edilir.



Şekil 3.9. (3.41) denkleminde $\beta = 1,\ r = 2,\ q = 5,\ p = i$ değerleri için sanal kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.



Şekil 3.10. (3.42) denkleminde $\beta=1,\ r=2,\ q=5,\ p=i$ değerleri için sanal kısmının üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.

2. Durum:

$$a_0=0,\ a_1=\frac{24q^2b_0}{25p},\ a_2=-2a_3-\frac{12q^2b_0}{25p},\ a_3=a_3,\ b_0=b_0,$$

$$b_1=-\frac{25pa_3}{12q^2},\ \alpha=\frac{q}{5p},\ c=-\frac{6q^3}{25p^2}-\frac{5pr\beta^2}{q} \tag{3.43}$$

bulunan katsayıları için (3.37) çözüm fonksiyonu

$$u_2(\tau_2)=\frac{a_1Q(\tau_2)+a_2Q^2(\tau_2)+a_3Q^3(\tau_2)}{b_0+b_1Q(\tau_2)}, \tag{3.44}$$

şeklindedir. Ayrıca (3.44) çözüm fonksiyonu için $Q'_\xi=Q^2-Q$ denkleminden elde edilen $Q(\xi)=\dfrac{1}{1\pm e^{\xi}}$ fonksiyonu yerine yazıldığında $\tau_2=\dfrac{q}{5p}x+\beta y-\left(\dfrac{6q^3}{25p^2}+\dfrac{5pr\beta^2}{q}\right)t$ ve $D_1=\dfrac{-12q^2}{25p}$ olmak üzere sırasıyla karanlık(dark) soliton çözümleri

$$u_{2,1}(x,y,t)=D_1\left[\tanh^2\left(\frac{q}{5p}x+\beta y-\left(\frac{6q^3}{25p^2}+\frac{5pr\beta^2}{q}\right)t\right)-2\tanh\left(\frac{q}{5p}x+\beta y-\left(\frac{6q^3}{25p^2}+\frac{5pr\beta^2}{q}\right)t\right)\right] \tag{3.45}$$

$$u_{2,2}(x,y,t)=D_1\left[\coth^2\left(\frac{q}{5p}x+\beta y-\left(\frac{6q^3}{25p^2}+\frac{5pr\beta^2}{q}\right)t\right)-2\coth\left(\frac{q}{5p}x+\beta y-\left(\frac{6q^3}{25p^2}+\frac{5pr\beta^2}{q}\right)t\right)\right] \tag{3.46}$$

elde edilir.

3. Durum:

$$a_0=\frac{12q^2b_0}{25p},\ a_1=-a_3,\ a_2=-\frac{12q^2b_0}{25p},\ a_3=a_3,\ b_0=b_0,$$

$$b_1=-\frac{25pa_3}{12q^2},\ \alpha=\frac{q}{5p},\ c=\frac{6q^3}{25p^2}+\frac{5pr\beta^2}{q} \tag{3.47}$$

bulunan katsayıları için (3.37) çözüm fonksiyonu

$$u_3(\tau_3)=\frac{a_0+a_1Q(\tau_2)+a_2Q^2(\tau_2)+a_3Q^3(\tau_2)}{b_0+b_1Q(\tau_2)}, \tag{3.48}$$

şeklindedir. Ayrıca (3.48) çözüm fonksiyonu için $Q'_\xi=Q^2-Q$ denkleminden elde edilen $Q(\xi)=\frac{1}{1\pm e^\xi}$ fonksiyonu yerine yazıldığında $\tau_3=\frac{q}{5p}x+\beta y+\left(\frac{6q^3}{25p^2}+\frac{5pr\beta^2}{q}\right)t$ ve $D_1=\frac{-12q^2}{25p}$ olmak üzere sırasıyla karanlık(dark) soliton çözümleri

$$u_{3,1}(x,y,t)=D_1\left[\operatorname{sech}^2\left(\frac{q}{5p}x+\beta y+\left(\frac{6q^3}{25p^2}+\frac{5pr\beta^2}{q}\right)t\right)\right] \tag{3.49}$$

$$u_{3,2}(x,y,t)=D_1\left[\operatorname{csch}^2\left(\frac{q}{5p}x+\beta y+\left(\frac{6q^3}{25p^2}+\frac{5pr\beta^2}{q}\right)t\right)\right] \tag{3.50}$$

elde edilir.

4. Durum:

$$a_0 = a_1 = 0,\ a_2 = -\frac{12q^2 b_0}{25p},\ a_3 = a_3,\ b_0 = b_0,\ b_1 = -\frac{25pa_3}{12q^2},\ \alpha = -\frac{q}{5p},\ c = -\frac{6q^3}{25p^2} + \frac{5pr\beta^2}{q}$$

(3.51)

bulunan katsayıları için (3.37) çözüm fonksiyonu

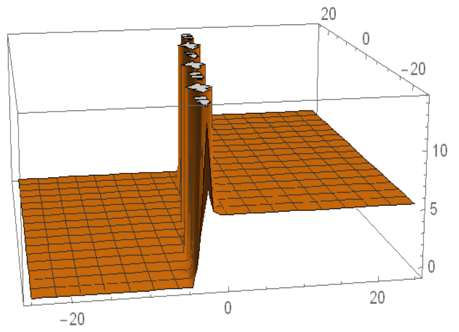
$$u_4(\tau_4) = \frac{a_2 Q^2(\tau_4) + a_3 Q^3(\tau_4)}{b_0 + b_1 Q(\tau_4)}, \tag{3.52}$$

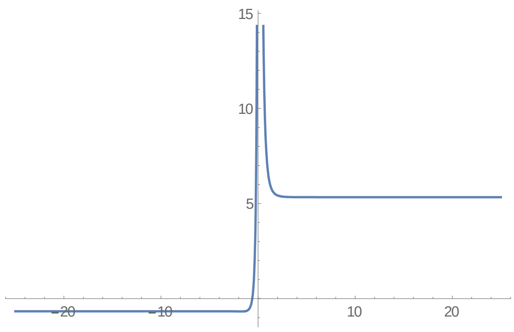
şeklindedir. Ayrıca (3.52) çözüm fonksiyonu için $Q'_\xi = Q^2 - Q$ denkleminden elde edilen $Q(\xi) = \dfrac{1}{1 \pm e^{\xi}}$ fonksiyonu yerine yazıldığında $\tau_4 = \dfrac{q}{5p}x + \beta y + \left(-\dfrac{6q^3}{25p^2} + \dfrac{5pr\beta^2}{q}\right)t$ ve $D_1 = \dfrac{-12q^2}{25p}$ olmak üzere sırasıyla karanlık(dark) soliton çözümleri

$$u_{4,1}(x,y,t) = D_1\left[\tanh^2\left(\frac{q}{5p}x + \beta y + \left(-\frac{6q^3}{25p^2} + \frac{5pr\beta^2}{q}\right)t\right)\right] \tag{3.53}$$

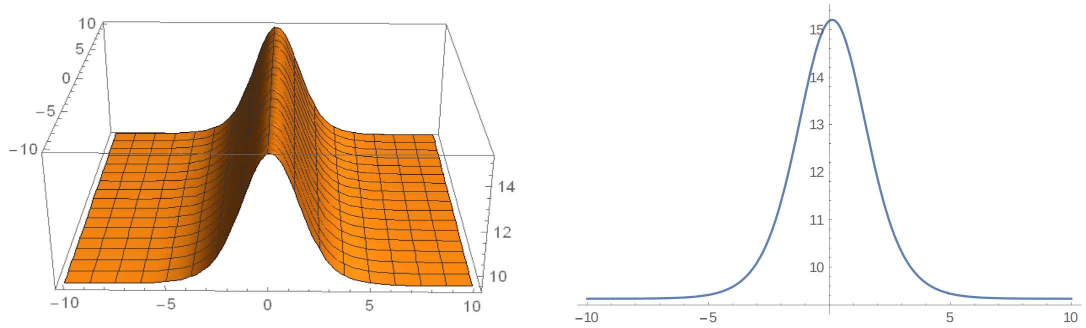
$$u_{4,2}(x,y,t) = D_1\left[\coth^2\left(\frac{q}{5p}x + \beta y + \left(-\frac{6q^3}{25p^2} + \frac{5pr\beta^2}{q}\right)t\right)\right] \tag{3.54}$$

elde edilir.





Şekil 3.11. (3.53) denkleminde $\beta = 1,\ r = 2,\ q = 5,\ p = i$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.



Şekil 3.12. (3.54) denkleminde $\beta = 1,\ r = 2,\ q = 5,\ p = i$ değerleri için üç ve iki boyutlu grafik gösterimi.

İki boyutlu KdV-Burger denkleminin elde edilen tüm çözümleri incelendiğinde; elde edilen (3.45) ve (3.46) tam çözümleri literatürdeki Seadawy'in [40] sırasıyla (12) ve (10) tam çözümleri ile benzerlik göstermektedir. Diğer elde ettiğimiz tam çözümler ise literatürde bulunmayan çözümler olup, genelleştirilen Kudryashov yöntemi sayesinde bu denklemin yeni tam çözümleri olduğu söylenebilir. Burada elde edilen bu yeni tam çözümlerin iki boyutlu KdV-Burger denklemi sağladığı kontrol edilmiştir.

SONUÇ

Bu tez çalışmasında tam çözümlerin bulunmasına olanak sağlayan yeni ve etkin bir yöntem olan Kudryashov yöntemin genelleştirmiş bir hali önerilmiştir. Bu önerilen yöntemin uygulaması neticesinde bulunan yeni ve farklı tam çözümler sayesinde birçok fiziksel olayların modellenmesiyle oluşturulan diferansiyel denklemlerin daha iyi anlamlandırılması mümkün olabilir. Geliştirilen bu yöntem literatürde mevcut bulunan Kudryashov yöntemlerinin irdelenmesi neticesinde oluşturulmuş ve genelleştirilmiş Kudryashov yöntemin olarak adlandırılmıştır. Oluşturulan bu yöntem için $Q'_\eta = Q^2 - Q$ şeklindeki diferansiyel denkleminden çözümünden bulunan çözüm fonksiyonları temel alınarak (2.6) çözüm fonksiyonu lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin çözüm fonksiyonu olarak kabul edilmiştir. Bunun sonucunda farklı çözümlerin birlikte bulunduğu çözüm fonksiyonlarının oluşturulması hedeflenmiştir. Önerilen bu çözüm fonksiyonu (2.3) lineer olmayan diferansiyel denkleminde yerine yazılmadan önce dengeleme terimlerinin belirlenmesi gerekir. Yapılan balans işlemine göre N ve M sayıları belirlenir. Daha sonra elde edilen değerler (2.6) yeni çözüm fonksiyonunda yerine yazılarak, hareketli dalga dönüşümleri uygulanarak kısmi türevli diferansiyel denklemler için yeni tam çözüm fonksiyonları bulunmuş olur. Genelleştirilmiş Kudryashov yöntemi modifiye edilmiş KdV denklemi ve iki boyutlu KdV-Burger denklemlerine ayrı ayrı uygulanmış ve bulunan çözümler literatürde yer almayan yeni farklı tam çözümler değişik durumlar altında ifade edilmiştir.

Genelleştirilen bu yeni yöntem sayesinde literatürde bulunmayan yeni tam çözüm fonksiyonları elde edilmiştir. Bu elde edilen yeni tam çözüm fonksiyonların incelemesi yapıldığında, soliton teorisinde yer alan dalga çeşitlerinin farklı ve birlikte oldukları durumlarla karşılaşıldı. Bu çözümlerin hangi fiziksel davranışları sergiledikleri anlayabilmek için, bu yeni farklı tam çözümlerin iki ve üç boyutlu grafikleri özel olarak seçilen farklı katsayılara göre çizilmiştir. Böylece yeni farklı tam çözümlerin fiziksel davranışları hakkında detaylı bilgi sahibi olunmuştur. İstenildiği takdirde diğer bilim insanları tarafından bu yeni farklı tam çözümlerin fiziksel davranışları incelenebilir. Çizilen grafiklerden de anlaşılacağı üzere bu yeni farklı tam çözüm fonksiyonları farklı solitonlara karşılık gelmektedir. Çeşitli solitonların (dark, bright) dışında farklı birçok soliton çeşidin bir arada olduğu literatür taramasından görülebilir. Burada elde edilen yeni çözüm fonksiyonların hangi soliton çeşidine ait olduğu belirlenmemiş olup, çizilen grafiklerden davranışları gösterilmeye çalışılmıştır. Bunun sonucunda fiziksel olayların daha iyi anlaşılabileğini söyleyebiliriz. Eğer (2.6) çözüm fonksiyonunun farklı durumları oluşturulabilirse, bu takdirde kısmi türevli diferansiyel denklemlerin daha genel çözüm fonksiyon sınıflarının bulunabileceğini söyleyebiliriz. Bu şekilde denklemlerin yeni farklı tam çözümlerin elde edilmesi mümkün olabilir.

KAYNAKLAR

1. He, J. H., Wu, X. H., Exp-Function Method for Nonlinear Wave Equations, Chaos, Soliton & Fractals, 30, 700-708 , 2006.

2. Ravi, L. K., Ray, S. S., Sahoo, S., New Exact Solutions of Coupled Boussinesq-Burgers Equations by Exp-Function Method, J. Ocean Eng. Sci., 2, 34–46, 2017.

3. Malfliet, W., The tanh method: a tool for solving certain classes of nonlinear evolution and wave equations, J. Comput. Appl. Math., 164–165, 529-541, 2004.

4. Malfliet, W., Hereman, W., The Tanh method: I Exact solutions of nonlinear evolution and wave equations, Phys. Scripta, 54, 563–568, 1996.

5. Hietarinta, J., Hirota's Bilinear Method and its Generalization, Int. J. Mod. Phys. A, 12(1), 43-51, 1997.

6. Pashaev, O., Tanoglu, G., Vector Shock Soliton and the Hirota Bilinear Method, Chaos, Solitons & Fractals, 26, 95-105, 2005.

7. Akbar, M. A., Ali, N. H. M., Mohyud-Din, S. T., The modified alternative (G'/G) -expansion method to nonlinear evolution equation: application to the (1+1)-dimensional Drinfel'd-Sokolov-Wilson equation, SpringerPlus, 327, 2-16, 2013.

8. Shakeel, M., Mohyud-Din, S. T., New (G'/G)-Expansion Method and its Application to the Zakharov-Kuznetsov–Benjamin-Bona-Mahony (ZK–BBM) Equation, J. Assoc. Arab Univ. Basic & Appl. Sci., 18(1), 66-81, 2015.

9. Liu, C.S., Trial Equation Method for Nonlinear Evolution Equations with Rank Inhomogeneous: Mathematical Discussions and Applications, Commun. Theor. Phys., 45(2), 219-223, 2006.

10. Liu, C.S., Applications of Complete Discrimination System for Polynomial for Classifications of Traveling Wave Solutions to Nonlinear Differential Equations, Comput. Phys. Commun., 181(2), 317-324, 2010.

11. Gurefe, Y., et al., Application of Trial Equation Method to the Nonlinear Partial Differential Equations Arising in Mathematical Physics, Pramana-J. Phys., 77(6), 1023-1029, 2011.

12. Gurefe, Y., et al., Application of an Irrational Trial Equation Method to High Dimensional Nonlinear Evolution Equations, J. Adv. Math. Stud., 5(1), 41-47, 2012.

13. Ma, W. X., Huang, T., Zhang, Y., A Multiple Exp-Function Method for Nonlinear Differential Equations and its Application, Phys. Script., 82(6), 065003, 2010.

14. Ma, W. X., Zhu, Z., Solving the (3+1)-dimensional Generalized KP and BKP by the Multiple Exp-Function Algorithm, Appl. Math. Comput., 218, 11871-11879, 2012.

15. Zhang, J., Jiang, F., Zhao, X., An Improved (G′/G)-expansion method for solving nonlinear evolution equations-Expansion Method for Solving Nonlinear Evolution Equations, Int. J. Comput. Math., 87(8), 1716-1725, 2010.

16. Guo, S., Zhou, Y., The Extended $\left(G'/G\right)$-Expansion Method and its Applications to the Whitham–Broer–Kaup–Like Equations and Coupled Hirota–Satsuma KdV Equations, Appl. Math. Comput., 215, 3214-3221, 2010.

17. Pandir, Y., et al., Classifications of Exact Solutions for Some Nonlinear Partial Differential Equations with Generalized Evolution, Abstr. Appl. Anal., 2012, Article ID 478531, 16 pp, 2012.

18. Pandir, Y., et al., Classification of Exact Solutions to the Generalized Kadomtsev-Petviashvili Equation, Phys. Scr., 87(2), 025003, 12 pp, 2013.

19. Gurefe, Y., et al., Extended Trial Equation Method to Generalized Nonlinear Partial Differential Equations, Appl. Math. Comput., 219(10), 5253-5260, 2013.

20. Pandir, Y., Gurefe, Y., Misirli, E., A Multiple Extended Trial Equation Method for the Fractional Sharma-Tasso-Olver Equation, AIP Conf. Proc.,1558, 1927, 2013.

21. Abbasbandy, S., Shirzadi, A., The first integral method for modified Benjamin-Bona- Mahony equation, Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 15, 1759-1764, 2010

22. Laia, X. J., Zhang, J. F., Meia, S. H., Application of the Weierstrass Elliptic Expansion Method to the Long-Wave and Short-Wave Resonance Interaction System, Z. Naturforsch., 63a, 273-279, 2008.

23. Fu, Z., Liu, S., Liu, S. and Zhao, Q., New Jacobi Elliptic Function Expansion and New Periodic Solutions of Nonlinear Wave Equations, Phys. Lett. A, 290, 72-76, 2001.

24. Shen, S., Pan, Z., A Note on the Jacobi Elliptic Function Expansion Method, Phys. Lett. A, 308, 143-148, 2003.

25. Kudryashov, N. A., One Method for Finding Exact Solutions of Nonlinear Differential Equations, Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat., 17, 2248-2253, 2012.

26. Ryabov, P. N., Sinelshchikov, D. I., Kochanov, M. B., Application of the Kudryashov Method for Finding Exact Solutions of the High Order Nonlinear Evolution Equations, Appl. Math. Comput., 218, 3965-3972, 2011.

27. Lee, J., Sakthivel, R., Exact Travelling Wave Solutions for Some Important Nonlinear Physical Models, Pramana J. Phys., 80, 757-769, 2013.

28. Pandir Y., Symmetric Fibonacci Function Solutions of Some Nonlinear Partial Differential Equations, Appl. Math. Inf. Sci., 8, 2237-2241, 2014.

29. Tandogan, Y. A., Pandir, Y., Gurefe, Y., Solutions of the Nonlinear Differential Equations by use of Modified Kudryashov Method, Turkish J. Math. Comput. Sci., Article ID 20130021, 7 pages, 2013.

30. Pandir Y., Turhan, N., A New Version of the Generalized F-Expansion Method and its Applications, AIP Conf. Proc., 1798, 020122, 2017.

31. Pandir Y., Turhan, N., A New Type of the Generalized F-Expansion Method and its Application to Sine-Gordon Equation, Celal Bayar Univ. J. Sci., 13(3), 647-650, 2017.

32. Pandir, Y., Demiray, S. T., Bulut, H., A New Approach for Some NLDEs with Variable Coefficients, Optik, 127, 11183-11190, 2016.

33. Demiray, S. T., Pandir Y., Bulut, H., New Solitary Wave Solutions of Maccari System, Ocean Eng., 103, 153-159, 2015.

34. Demiray, S. T., Pandir Y., Bulut, H., New Soliton Solutions for Sasa-Satsuma Equation, Waves in Random Complex Media, 25(3), 417-418, 2015.

35. Pandir, Y., Sonmezoglu, A., Duzgun, H. H., Turhan, N., Exact Solutions of Nonlinear Schrödinger's Equation by using Generalized Kudryashov Method, AIP Conf. Proc., 1648, 370004, 2015.

36. Hirota, R., The Direct Method In Soliton Theory, s. 200, Cambridge University Press, Cambridge, 2004.

37. Demontis, F., Exact Solutions of the Modified Korteweg-de Vries Equation, Theo. Math. Phys., 168(1), 886-897, 2011.

38. Zhang, D. J., Zhao, S. L., Sun, Y. Y., Zhou, J., Solutions to the Modified Korteweg–de Vries Equation, Reviews Math. Phys., 26(7), 1430006, 2014.

39. Abdelrahman, M. A. E., Sohaly, M. A., Solitary Waves for the Modified Korteweg-De Vries Equation in Deterministic Case and Random Case, J. Phys. Math. 8: 214, 1-6, 2017.

40. Seadawy, A. R., Travelling Wave Solution of Two Dimensional Nonlinear KdV-Burgers Equation, Appl. Math. Sci., 7(68), 3367-3377, 2013.

41. Jeffrey, A., Kakutani, T., Weak Nonlinear Dispersive Waves: a Discussion Centered Around the Korteweg-de Vries Equation, Soc. Indust. Appl. Math. *Rev.*, 14, 582-643, 1972.

ÖZGEÇMİŞ

1993 yılında İstanbul da doğan Sahragül ÖZTÜRK, orta ve lise öğrenimini sırasıyla Mustafa Necati İlköğretim okulu ve Cumhuriyet lisesinde tamamlamıştır. 2011 yılında kazandığı Bozok Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümünü 2015 yılında bitirmiştir. Aynı sene yüksek lisans eğitimine Bozok Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Bölümü Uygulamalı Matematik Anabilim Dalı'nda başlamıştır.

2016 yılından itibaren Milli Eğitim Bakanlığına bağlı liselerde matematik öğretmeni olarak çalışmaktadır.

İletişim Bilgileri:

Telefon: 542 742 56 10

E-posta: ozturksahragul@gmail.com